

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ОДЕСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ І.І.  
МЕЧНИКОВА

Фаховий коледж



"ЗАТВЕРДЖУЮ"

Проректор з науково-педагогічної роботи

*Майя Ніколенко*

*1 вересня* 2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ  
МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ

**Освітньо-професійний ступінь:** фаховий молодший бакалавр

**Галузь знань:** 11 Математика та статистика

**Спеціальність:** 113 Прикладна математика

**Освітньо-професійна програма:** Прикладна математика

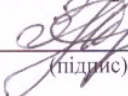
Робоча програма навчальної дисципліни Математичний аналіз. Одеса: ОНУ, 2022. 30 с.

**Розробник:**


Тюрин Олександр Валентинович, доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри обліку і фінансів

Робоча програма затверджена на засіданні циклової комісії з прикладної математики та інформаційних технологій

Протокол № 1 від "23" серпня 2022 року.

Голова циклової комісії  (Яна Зимцова)  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Погоджено із гарантом ОПІ «Прикладна математика»

 (Яна Каренкова)  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Схвалено навчально-методичною комісією (НМК) фахового коледжу ОНУ імені І.І.Мечникова

Протокол № 1 від "26" серпня 2022 року.

Голова НМК  (Маріаміда Юріє)  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Переглянуто та затверджено на засіданні циклової комісії з прикладної математики та інформаційних технологій

Протокол № \_\_\_\_\_ від " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 202\_\_ року.

Голова циклової комісії \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

Переглянуто та затверджено на засіданні циклової комісії з прикладної математики та інформаційних технологій

Протокол № \_\_\_\_\_ від " \_\_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 202\_\_ року.

Голова циклової комісії \_\_\_\_\_ (\_\_\_\_\_)  
(підпис) (Ім'я ПРІЗВИЩЕ)

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни	
		денна форма навчання	заочна форма навчання
Загальна кількість: кредитів – 11  годин – 330  змістових модулів – 6	Галузь знань: <b>11 «Математика та статистика»</b> (шифр і назва)  Спеціальність: <b>113 «Прикладна математика»</b> (код і назва)  Рівень освіти: <b>перший</b> <b>(молодший бакалавр)</b>	Нормативна	
		<b>Рік підготовки:</b>	
		1,2-й	–
		<b>Семестр</b>	
		2,3,4-й	–
		<b>Лекції</b>	
		76 год.	–
		<b>Практичні, семінарські</b>	
		74 год.	–
		<b>Лабораторні</b>	
		–	–
		<b>Самостійна робота</b>	
		180 год.	–
у т.ч. ІНДЗ*: не передбачено			
<b>Форма підсумкового контролю:</b> іспит			

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни, компетентності, програмні результати навчання

**Мета.** Математичний аналіз є дисципліною циклу спеціальної (фахової) підготовки молодшого спеціаліста з спеціальності 113 «Прикладна математика» і ставить собі за мету вивчення основних положень і концепцій математичного аналізу необхідні для вивчення прикладних питань. З'ясування основних положень, необхідні для розуміння суті математичного аналізу та його використання при вирішенні практичних задач. Курс математичного аналізу є базовим для вивчення в наступним таких нормативних дисциплін: математично-аналітичні дисципліни; диференційні рівняння та методи обчислень та ін.

**Завдання.** Набуття навичок для виконання математичних перетворень, розрахунків та аналізу, пов'язаних з розробкою та використанням технічного і програмного об'єктів з використанням основних понять математичного аналізу.

Процес вивчення дисципліни спрямований на формування елементів наступних **компетентностей**:

**Інтегральна компетентність:** Здатність вирішувати складні спеціалізовані задачі й практичні проблеми прикладної математики у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування математичних теорій і методів та характеризується комплексністю та невизначеністю умов; нести відповідальність за результати своєї діяльності; здійснювати контроль інших осіб у визначених ситуаціях.

**Загальних компетентностей:**

ЗК07. Здатність генерувати нові ідеї (креативність).

**Спеціальних компетентностей:**

ФК01. Здатність до опису прикладної задачі певної предметної області, аналізу умов невизначеності та повноти інформації щодо функціонування процесів і систем та коректного формулювання математичної постановки задачі.

ФК02. Здатність використовувати знання і розуміння наукових фактів, концепцій, теорій, принципів і методів фундаментальних дисциплін для успішного розв'язання задач прикладної математики.

ФК03. Здатність до пошуку, систематичного вивчення та аналізу науково-технічної інформації, вітчизняного й закордонного досвіду, пов'язаного із застосуванням методів прикладної математики для дослідження різноманітних процесів та систем.

ФК09. Здатність застосовувати базові знання з методів інтелектуального аналізу даних та машинного навчання для розв'язання прикладних задач.

ФК11. Здатність до аналізу, виявлення і самостійного коректування можливих алгоритмічних помилок після проведення числових експериментів під час математичного і комп'ютерного моделювання.

ФК12. Здатність висувати, доводити або спростовувати гіпотези щодо математичної моделі процесу або системи, емпірично перевіряти модель на коректність у ході чисельного експерименту та аналітичного, емпіричного дослідження.

**Програмні результати навчання:**

РН01. Знати і розуміти сучасні теорії і методи математичного, статистичного та комп'ютерного моделювання на рівні достатньому для розв'язання складних задач у сфері прикладної математики та/або навчання.

РН13. Аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для вирішення професійних завдань інформаційно-довідникові ресурси і знання з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки.

**Очікувані результати навчання.** У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен:

**знати:** теорію границі числові послідовності та числових функцій дійсних змінних в точці; диференціальне та інтегральне числення; елементи векторного аналізу та теорії поля; числові та функціональні ряди;

**вміти:** дослідити функції за допомогою теорії границі та похідних; застосовувати та обчислювати певний інтеграл; застосовувати елементи

векторного аналізу та теорії поля; використовувати числові та функціональні ряди.

### **3. Зміст навчальної дисципліни**

#### **Змістовий модуль 1. Числові функції однієї дійсної змінної.**

**Тема 1.** Область визначення функції: обмежені числові множини; числові проміжки; окіл точки; граничні точки числової множини. Способи завдання функції: табличний; графічний; аналітичний; неявний; параметричний. Обернена функція для аналітично заданої функції. Основні елементарні функції. Елементарні функції. Обмежені функції. Монотонні функції. Парні та непарні функції. Періодичні функції.

**Тема 2.** Задані числові послідовності. Означення та геометричне зображення границі числової послідовності. Основні теореми про числові послідовності, що мають границю. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Арифметичні операції над послідовностями, що мають границю. Невизначені арифметичні та степенєво-показникові вирази. Принцип збіжності послідовності.

**Тема 3.** Означення і геометричного зображення границі функції в точці. Однобічні та нескінченні границі функції в точці. Основні теореми для функцій, що мають границю. Приклади на знаходження границь для деяких невизначених виразів. Класифікація нескінченно малих та нескінченно великих функцій однієї дійсної змінної.

**Тема 4.** Визначення неперервності функції у точці. Однобічна неперервність функції у точці. Функції, неперервні у проміжку. Розриви функції. Класифікація розривів. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неперервність складної функції. Неперервність елементарних функцій. Загальні властивості неперервних функцій.

#### **Змістовий модуль 2. Числові функції багатьох дійсних змінних.**

**Тема 5.** Область визначення функції. Способи завдання функції. Границя функції декількох змінних у точці: мовою « $\varepsilon$ - $\delta$ »; в геометричних термінах і зведення до випадку межі послідовності точок з  $R^n$ . Повторні границі.

**Тема 6.** Визначення неперервності (розриву) функції декількох змінних у точці. Основні властивості неперервних функцій декількох змінних: арифметичні дії над неперервними функціями; неперервність складної функції; перша та друга теореми Вейерштрасса.

#### **Змістовий модуль 3. Диференційне числення числових функцій однієї дійсної змінної.**

**Тема 7.** Визначення похідної. Її фізична та геометрична інтерпретація. Обчислення похідних для основних елементарних функцій. Похідна оберненої функції. Найпростіші правила обчислення похідних. Теорема про неперервність функції, що має похідну. Похідна складної функції, показниково-степенєвої функції, неявно заданої функції, функції що задана

параметрично. Однобічні та нескінченні похідні. Таблиця основних формул для похідних.

**Тема 8.** Визначення диференціала та його геометричне зображення. Основні формули та правила диференціювання. Інваріантність форми диференціалу. Використання диференціала для наближених обчислень. Означення та обчислення похідних та диференціалів вищих порядків. Параметричне диференціювання.

**Тема 9.** Основні теореми диференціального обчислення та застосування їх для дослідження функцій та побудови графіків. Правило Лопіталя. Формула Тейлора. Розкладання та наближені обчислення елементарних функцій за формулою Тейлора.

#### **Змістовий модуль 4. Диференційне числення числових функцій багатьох дійсних змінних.**

**Тема 10.** Означення та позначення частинних похідних. Геометричне зображення частинних похідних функції двох змінних. Диференційовані функції багатьох змінних та їх властивості. Повний диференціал функції багатьох змінних. Використання повного диференціала для наближених обчислень. Достатні умови диференційованості функції багатьох змінних. Геометричне значення повного диференціалу.

**Тема 11.** Диференціювання складних функцій багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціалу. Похідна за заданим напрямком. Градієнт.

**Тема 12.** Частинні похідні найвищих порядків. Теорема про незалежність результату від порядку диференціювання. Повні диференціали вищих порядків для функції багатьох змінних.

**Тема 13.** Достатні умови локального екстремуму функції двох змінних. Необхідні умови існування умовного екстремуму. Метод невизначених множників Лагранжа. Достатні для умовного екстремуму умови. Приклад дослідження просторових кривих.

#### **Змістовий модуль 5. Неозначений та означений інтеграл.**

**Тема 14.** Поняття первісної функції та неозначеного інтеграла. Основні властивості неозначеного інтеграла. Методи інтегрування функцій.

**Тема 15.** Означення та геометричне зображення означеного інтегралу. Властивості означеного інтегралу. Обчислення означеного інтегралу. Формула Ньютона-Лейбніца. Деякі застосування означеного інтегралу. Невласні інтеграли першого та другого роду.

#### **Змістовий модуль 6. Числові та функціональні ряди.**

**Тема 16.** Збіжні та розбіжні числові ряди, та їх загальні властивості. Необхідна ознака збіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності та розбіжності числових рядів із позитивними членами. Збіжність числових

рядів із довільними членами. Поняття абсолютно і умовно збіжного числового ряду. Знакозмінні числові ряди. Ознака Лейбниці. Властивості збіжних числових рядів із довільними членами.

**Тема 17.** Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Умови та ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів. Теорема Вейерштраса. Диференціювання та інтегрування функціонального ряду.

**Тема 18.** Степеневий ряд та його властивості. Інтервал та радіус збіжності степеневому ряду. Рівномірна збіжність степеневому ряду. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розкладання в ряд Тейлора та Маклорена елементарних функцій. Біноміальний ряд.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин											
	Денна форма					Заочна форма						
	Усього	у тому числі					Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
<b>Модуль 1. Математичний аналіз</b>												
<b>Змістовий модуль 1. Числові функції однієї дійсної змінної.</b>												
<b>Тема 1.</b> Область визначення функції: обмежені числові множини; числові проміжки; окіл точки; граничні точки числової множини. Способи завдання функції: табличний; графічний; аналітичний; неявний; параметричний. Обернена функція для аналітично заданої функції. Основні елементарні функції. Елементарні функції. Обмежені функції. Монотонні функції. Парні та непарні функції. Періодичні функції.	10	2	2			6						
<b>Тема 2.</b> Задані числові послідовності. Означення та геометричне зображення границі числової послідовності. Основні теореми про числові послідовності, що мають границю. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Арифметичні	12	4	2			6						

операції над послідовностями, що мають границю. Невизначені арифметичні та степенєво-показникові вирази. Принцип збіжності послідовності.												
<b>Тема 3.</b> Означення і геометричного зображення границі функції в точці. Однобічні та нескінченні границі функції в точці. Основні теореми для функцій, що мають границю. Приклади на знаходження границь для деяких невизначених виразів. Класифікація нескінченно малих та нескінченно великих функцій однієї дійсної змінної.	16	4	4			8						
<b>Тема 4.</b> Визначення неперервності функції у точці. Однобічна неперервність функції у точці. Функції, неперервні у проміжку. Розриви функції. Класифікація розривів. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неперервність складної функції. Неперервність елементарних функцій. Загальні властивості неперервних функцій.	16	4	4			8						
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>54</b>	<b>14</b>	<b>12</b>			<b>28</b>						
<b>Змістовий модуль 2. Числові функції багатьох дійсних змінних.</b>												
<b>Тема 5.</b> Область визначення функції. Способи завдання функції. Границя функції декількох змінних у точці: мовою « $\epsilon$ - $\delta$ »; в геометричних термінах і зведення до випадку межі послідовності точок из $R^n$ . Повторні границі.	18	4	4			10						
<b>Тема 6.</b> Визначення неперервності (розриву) функції декількох змінних у точці. Основні	18	4	4			10						



властивості неперервних функцій декількох змінних: арифметичні дії над неперервними функціями; неперервність складної функції; перша та друга теореми Вейерштрасса.												
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>36</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>20</b>						
<b>Змістовий модуль 3. Диференційне числення числових функцій однієї дійсної змінної.</b>												
<b>Тема 7.</b> Визначення похідної. Її фізична та геометрична інтерпретація. Обчислення похідних для основних елементарних функцій. Похідна оберненої функції. Найпростіші правила обчислення похідних. Теорема про неперервність функції, що має похідну. Похідна складної функції, показниково-степеневі функції, неявно заданої функції, функції що задана параметрично. Однобічні та нескінченні похідні. Таблиця основних формул для похідних.	24	6	6			12						
<b>Тема 8.</b> Визначення диференціала та його геометричне зображення. Основні формули та правила диференціювання. Інваріантність форми диференціалу. Використання диференціала для наближених обчислень. Означення та обчислення похідних та диференціалів вищих порядків. Параметричне диференціювання.	20	4	4			12						
<b>Тема 9.</b> Основні теореми диференціального обчислення та застосування їх для дослідження функцій та побудови графіків.	24	6	6			12						

Правило Лопіталя. Формула Тейлора. Розкладання та наближені обчислення елементарних функцій за формулою Тейлора.												
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>68</b>	<b>16</b>	<b>16</b>			<b>36</b>						
<b>Змістовий модуль 4. Диференційне числення числових функцій багатьох дійсних змінних.</b>												
<b>Тема 10.</b> Означення та позначення частинних похідних. Геометричне зображення частинних похідних функції двох змінних. Диференційовані функції багатьох змінних та їх властивості. Повний диференціал функції багатьох змінних. Використання повного диференціала для наближених обчислень. Достатні умови диференційованості функції багатьох змінних. Геометричне значення повного диференціалу.	14	4	2			8						
<b>Тема 11.</b> Диференціювання складних функцій багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціалу. Похідна за заданим напрямком. Градієнт.	14	2	4			8						
<b>Тема 12.</b> Частинні похідні найвищих порядків. Теорема про незалежність результату від порядку диференціювання. Повні диференціали вищих порядків для функції багатьох змінних.	10	2	2			6						
<b>Тема 13.</b> Достатні умови локального екстремуму функції двох змінних. Необхідні умови існування умовного екстремуму. Метод невизначених множників Лагранжа. Достатні для умовного екстремуму умови. Приклад	16	4	4			8						

дослідження просторових кривих.													
<b>Разом за змістовим модулем 4</b>	<b>54</b>	<b>12</b>	<b>12</b>			<b>30</b>							
<b>Змістовий модуль 5. Неозначений та означений інтеграли.</b>													
<b>Тема 14.</b> Поняття первісної функції та неозначеного інтеграла. Основні властивості неозначеного інтеграла. Методи інтегрування функцій.	24	6	8			10							
<b>Тема 15.</b> Означення та геометричне зображення означеного інтегралу. Властивості означеного інтегралу. Обчислення означеного інтегралу. Формула Ньютона-Лейбніца. Деякі застосування означеного інтегралу. Невласні інтеграли першого та другого роду.	32	8	4			20							
<b>Разом за змістовим модулем 5</b>	<b>56</b>	<b>14</b>	<b>12</b>			<b>30</b>							
<b>Змістовий модуль 6. Числові та функціональні ряди.</b>													
<b>Тема 16.</b> Збіжні та розбіжні числові ряди, та їх загальні властивості. Необхідна ознака збіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності та розбіжності числових рядів із позитивними членами. Збіжність числових рядів із довільними членами. Поняття абсолютно і умовно збіжного числового ряду. Знакозмінні числові ряди. Ознака Лейбніца. Властивості збіжних числових рядів із довільними членами.	18	4	4			10							
<b>Тема 17.</b> Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Умови та ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів. Теорема Вейерштраса. Диференціювання та	16	2	4			10							

інтегрування функціонального ряду.												
<b>Тема 18.</b> Степеневий ряд та його властивості. Інтервал та радіус збіжності степеневого ряду. Рівномірна збіжність степеневого ряду. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розкладання в ряд Тейлора та Маклорена елементарних функцій. Біноміальний ряд.	28	6	6			16						
<b>Разом за змістовим модулем 6</b>	<b>62</b>	<b>12</b>	<b>14</b>			<b>36</b>						
<b>Усього годин</b>	<b>330</b>	<b>76</b>	<b>74</b>			<b>180</b>						

#### 5. Теми семінарських занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Семінарські заняття не передбачені	

#### 6. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Завдання числових функцій одного дійсного змінного у різний спосіб. Знаходження оберненої функції для аналітично заданої функції.	2
2	Знаходження границі для числових послідовностей.	2
3	Знаходження границі невизначених виразів для функції у точці.	2
4	Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій.	2
5	Практичні застосування теорії границі для числових функцій одного дійсного змінного.	2
6	Дослідження на безперервність (розриви) функцій одного дійсного змінного. Класифікація точок розриву.	2
7	Знаходження області визначення числової функції багатьох дійсних змінних, заданої аналітично.	2
8	Дослідження функції двох змінних методом перерізів та за допомогою ліній рівня.	2
9	Знаходження границі та повторної границі функції кількох змінних.	2
10	Дослідження на безперервність (розриви) функції кількох дійсних змінних.	2
11	Обчислення похідних для елементарних функцій, одержаних з основних елементарних функцій внаслідок арифметичних дій.	2
12	Обчислення похідної для оберненої, складної, показово-степеневі, параметрично та неявно заданої функції.	2
13	Використання диференціала для наближених обчислень.	2
14	Означення та обчислення похідних та диференціалів вищих порядків. Параметричне диференціювання.	2

15	Дослідження функції одного дійсного змінного за допомогою похідних та побудова графіка.	2
16	Знаходження рівняння дотичної щодо кривих другого порядку: еліпсу, гіперболі, параболі.	2
17	Розкриття невизначеностей (правило Лопіталя).	2
18	Розкладання функцій за формулою Тейлора. Наближені обчислення за формулою Тейлора.	2
19	Обчислення частинних похідних та повних диференціалів для функції багатьох змінних. Застосування повного диференціала у наближених обчисленнях.	2
20	Диференціювання складних функцій багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціалу.	2
21	Дослідження просторових кривих.	
22	Обчислення похідної за заданим напрямом та градієнта.	2
23	Обчислення частинних похідних та повних диференціалів вищих порядків для функції багатьох змінних. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.	2
24	Дослідження функції кількох дійсних змінних на локальний та відносний (умовний) екстремум. Метод невизначених множників Лагранжа.	2
25	Використання методів інтегрування функцій: метод безпосереднього інтегрування; метод заміни змінної (підстановки) під знаком інтегралу; метод інтегрування частинами.	2
26	Інтегрування раціональних функцій.	2
27	Інтегрування ірраціональних функцій. Підстановки Ейлера.	2
28	Інтегрування трансцендентних функцій.	2
29	Обчислення означеного інтегралу. Практичні застосування означеного інтегралу: визначення довжини дуги та площі плоскої фігури; визначення обсягу тіл та центру тяжіння плоскої фігури.	2
30	Обчислення невластних інтегралів першого та другого роду.	2
31	Дослідження на абсолютну та умовну збіжність числових рядів.	2
32	Практичні застосування числових рядів.	2
33	Дослідження на рівномірну збіжність функціональних рядів.	2
34	Диференціювання та інтегрування функціонального рядів.	2
35	Розкладання функцій у степеневий ряд. Розкладання функцій у біноміальний ряд.	2
36	Дослідження інтервалу та радіусу збіжності степеневого ряду.	2
37	Наближені обчислення з допомогою рядів.	2
	<b>Разом</b>	<b>74</b>

### 7. Теми лабораторних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	Лабораторні заняття не передбачені.	

### 8. Самостійна робота

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
-------	------------	-----------------

1	Область визначення функції: обмежені числові множини; числові проміжки; окіл точки; граничні точки числової множини. Способи завдання функції: табличний; графічний; аналітичний; неявний; параметричний. Обернена функція для аналітично заданої функції. Основні елементарні функції. Елементарні функції. Обмежені функції. Монотонні функції. Парні та непарні функції. Періодичні функції.	6
2	Задані числові послідовності. Означення та геометричне зображення границі числової послідовності. Основні теореми про числові послідовності, що мають границю. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Арифметичні операції над послідовностями, що мають границю. Невизначені арифметичні та степенєво-показникові вирази. Принцип збіжності послідовності.	6
3	Означення і геометричного зображення границі функції в точці. Однобічні та нескінченні границі функції в точці. Основні теореми для функцій, що мають границю. Приклади на знаходження границь для деяких невизначених виразів. Класифікація нескінченно малих та нескінченно великих функцій однієї дійсної змінної.	8
4	Визначення неперервності функції у точці. Однобічна неперервність функції у точці. Функції, неперервні у проміжку. Розриви функції. Класифікація розривів. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неперервність складної функції. Неперервність елементарних функцій. Загальні властивості неперервних функцій.	8
5	Область визначення функції. Способи завдання функції. Границя функції декількох змінних у точці: мовою « $\epsilon$ - $\delta$ »; в геометричних термінах і зведення до випадку межі послідовності точок из $R^n$ . Повторні границі.	10
6	Визначення неперервності (розриву) функції декількох змінних у точці. Основні властивості неперервних функцій декількох змінних: арифметичні дії над неперервними функціями; неперервність складної функції; перша та друга теореми Вейерштрасса.	10
7	Визначення похідної. Її фізична та геометрична інтерпретація. Обчислення похідних для основних елементарних функцій. Похідна оберненої функції. Найпростіші правила обчислення похідних. Теорема про неперервність функції, що має похідну. Похідна складної функції, показниково-степенєвої функції, неявно заданої функції, функції що задана параметрично. Однобічні та нескінченні похідні. Таблиця основних формул для похідних.	12
8	Визначення диференціала та його геометричне зображення. Основні формули та правила диференціювання. Інваріантність форми диференціалу. Використання диференціала для наближених обчислень. Означення та обчислення похідних та диференціалів вищих порядків. Параметричне диференціювання.	12
9	Основні теореми диференціального обчислення та застосування їх для дослідження функцій та побудови графіків. Правило Лопітала. Формула Тейлора. Розкладання та наближені обчислення	12

	елементарних функцій за формулою Тейлора.	
10	Означення та позначення частинних похідних. Геометричне зображення частинних похідних функції двох змінних. Диференційовані функції багатьох змінних та їх властивості. Повний диференціал функції багатьох змінних. Використання повного диференціала для наближених обчислень. Достатні умови диференційованості функції багатьох змінних. Геометричне значення повного диференціалу.	8
11	Диференціювання складних функцій багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціалу. Похідна за заданим напрямком. Градієнт.	8
12	Частинні похідні найвищих порядків. Теорема про незалежність результату від порядку диференціювання. Повні диференціали вищих порядків для функції багатьох змінних.	6
13	Достатні умови локального екстремуму функції двох змінних. Необхідні умови існування умовного екстремуму. Метод невизначених множників Лагранжа. Достатні для умовного екстремуму умови. Приклад дослідження просторових кривих.	8
14	Поняття первісної функції та неозначеного інтеграла. Основні властивості неозначеного інтеграла. Методи інтегрування функцій.	10
15	Означення та геометричне зображення означеного інтегралу. Властивості означеного інтегралу. Обчислення означеного інтегралу. Формула Ньютона-Лейбніца. Деякі застосування означеного інтегралу. Невласні інтеграли першого та другого роду.	20
16	Збіжні та розбіжні числові ряди, та їх загальні властивості. Необхідна ознака збіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності та розбіжності числових рядів із позитивними членами. Збіжність числових рядів із довільними членами. Поняття абсолютно і умовно збіжного числового ряду. Знакозмінні числові ряди. Ознака Лейбніца. Властивості збіжних числових рядів із довільними членами.	10
17	Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Умови та ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів. Теорема Вейерштраса. Диференціювання та інтегрування функціонального ряду.	10
18	Степеневий ряд та його властивості. Інтервал та радіус збіжності степеневому ряду. Рівномірна збіжність степеневому ряду. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розкладання в ряд Тейлора та Маклорена елементарних функцій. Біноміальний ряд.	16
	<b>Разом</b>	<b>180</b>

До самостійної роботи здобувачів відноситься: підготовка до лекцій та практичних занять, рішення практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій, підготовка до поточного контролю; підготовка до контрольних робіт за змістовними модулями.

## 9. Методи навчання

У процесі вивчення навчальної дисципліни використовуються наступні методи навчання:

- словесні методи: лекція, розповідь, бесіда, пояснення, дискусія, обговорення проблемних ситуацій;
- наочні методи: мультимедійна презентація, демонстрація (у вигляді роздаткового ілюстративного матеріалу);
- практичні методи: лабораторні роботи, розв'язання практичних задач (в т.ч. розрахункових), виконання ситуаційних вправ та обговорення проблемних ситуацій.

### **10. Форми контролю і методи оцінювання (у т.ч. критерії оцінювання результатів навчання)**

#### **Поточний контроль:**

- усний контроль: індивідуальне / фронтальне опитування за питаннями відповідної теми, обговорення проблемних питань;
- письмовий контроль: оцінювання розв'язання практичних задач, оцінювання розв'язання ситуаційних вправ та проблемних ситуацій;

#### **Періодичний контроль:**

- тестовий контроль: оцінювання контрольних робіт за змістовними модулями.

#### **Підсумковий контроль:** усний іспит.

Критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти за різними видами роботи

<b>Вид роботи</b>	<b>Кількість балів</b>
<b>Поточний контроль:</b>	
- Опитування за питаннями відповідної теми на практичному занятті, участь здобувачів в обговоренні проблемних питань	від 0 до 4
- Розв'язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій	від 0 до 6
<b>Періодичний контроль:</b>	
- Контрольна робота за змістовними модулями	від 0 до 60
<b>Підсумковий контроль:</b>	
- Усний іспит (відповідь на 3 питання і задачу екзаменаційного білету)	від 0 до 100

<b>Вид роботи</b>	<b>Бали</b>	<b>Критерії оцінювання</b>
Опитування за питаннями відповідної теми на практичному занятті, участь здобувачів в обговоренні проблемних питань	0 балів	Здобувач не бере участь у практичному занятті, є лише спостерігачем; ніколи не виступає і не задає питання, незацікавлений у вивченні матеріалу; не дає або дає неправильні відповіді на запитання, відсутні знання понятійного апарату і літературних джерел.
	1-2 бал	Здобувач іноді бере участь в практичному занятті; частково виступає і задає питання; допускає помилки під час відповідей на запитання; показує пасивну роботу на практичних заняттях; показує фрагментарні знання понятійного апарату і літературних джерел; показує невміння публічно представляти матеріал.



	3-4 бали	Здобувач бере активну участь у практичному занятті; демонструє глибокі знання, дає повні та детальні відповіді на запитання; бере активну участь у обговоренні проблемних питань, користується додатковою навчально-методичною та науковою літературою; вміє сформулювати своє ставлення до певної проблеми; висловлює власні міркування, наводить доцільні приклади.
Розв'язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій, виконання лабораторних робіт	0 балів	Здобувач практичну задачу, лабораторну роботу, ситуаційну вправу, проблемну ситуацію не виконав.
	1-2 бал	Здобувач частково виконав практичну задачу, лабораторну роботу, розв'язав ситуаційну вправу, проблемну ситуацію, але недостатньо розкрив сутність, допускаючи при цьому неточності; відсутні сформовані вміння та навички дослідження і обґрунтування висновків.
	3-4 бали	Здобувач виконав практичну задачу, лабораторну роботу, розв'язав ситуаційну вправу, проблемну ситуацію, але демонструє фрагментарні знання предмету вивчення і дослідження, описує суттєві його ознаки, виявляє причинно-наслідкові зв'язки і формулює висновки; не достатньо вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу.
	5-6 балів	Здобувач виконав практичну задачу, лабораторну роботу, розв'язав ситуаційну вправу, проблемну ситуацію, у повній мірі обґрунтовує обрані методи та інструменти дослідження, повно і чітко представляє основні теоретичні поняття для аналізу практичного матеріалу; в аналітичній / розрахунковій частині надає повноцінний аналіз проблеми, що досліджується, її всебічне висвітлення, у висновку формулює розгорнуті висновки.
Контрольна робота за змістовними модулями (кожна контрольна робота складається з 6 завдань та розв'язання кожного завдання оцінюється від 0 до 10 балів)	0 балів	Здобувач задачу не виконав.
	1-3 бал	Здобувач задачу виконав частково, обрані методи не обґрунтовує, допускаючи при цьому неточності та помилки.
	4-8 бали	Здобувач задачу виконав, або не в повній мірі, обрані методи обґрунтовує частково, не чітко представляє основні теоретичні поняття для розв'язання задачі.
	9-10 балів	Здобувач виконав задачу, у повній мірі, обґрунтовує обрані методи, повно і чітко представляє основні теоретичні поняття для розв'язання задачі.
Усний іспит (відповідь на 3 питання і задачу екзаменаційного білету, кожне питання і задача оцінюється від 0 до 25 балів, разом на іспиті	0 балів	Здобувач не надав відповіді на питання.
	1-5 балів	Здобувач надає відповідь дуже поверхнево, не засвоїв матеріал у межах програми навчальної дисципліни, не дає конкретної відповіді на питання білету, не наводить прикладів, не ознайомлений з методичною і навчальною літературою з дисципліни, не здатний висвітлити поставлене питання. На додаткові та уточнюючі запитання екзаменатора студент не знає правильної відповіді. Не володіє базовими категоріями та основними теоретичними поняттями з дисципліни.

здобувач отримує від 0 до 100 балів)	6-14 балів	Здобувач надає відповіді на питання білету, проте із суттєвими неточностями, формулювання нечіткі, більша частина змісту питання залишається нерозкритою, допущені помилки і порушена логіка викладу, що вплинуло на результат та правильність висновків. Відповідь не аргументована прикладами, посиланнями на нормативно-правову базу та літературні джерела. На додаткові запитання екзаменатора не відповідає.
	15-19 балів	Студент допустив деякі неточності чи залишилась нерозкритою частина питання, за умови, що принципові моменти запитань були розкриті правильно, незначні помилки усуваються самим студентом, коли на помилки вказує екзаменатор. Студент наводить приклади з власної практики, встановлює системні зв'язки між різними питаннями та темами курсу.
	20-25 балів	Студент точно і повно відповів на запитання білету, чітко і логічно відповів на додаткові та уточнюючі запитання, вільно володіє науковою термінологією, наводить приклади з допоміжної літератури та власної практики, демонструє бачення практичного застосування вивченого матеріалу, розуміє не лише базові, але й допоміжні чи проблемні аспекти питання.

### 11. Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти (Додаток 1)

Поточний та періодичний контроль								
Змістовий модуль №1				Змістовий модуль №2				
T1	T2	T3	T4	T5	T6			
0 - 10	0 - 10	0 - 10	0 - 10	0 - 20	0 - 20			
Контрольна робота за змістовним модулем 1: 0-60				Контрольна робота за змістовним модулем 2: 0-60				
Змістовий модуль №3			Змістовий модуль №4					
T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13		
0 - 10	0 - 10	0 - 20	0 - 10	0 - 10	0 - 10	0 - 10		
Контрольна робота за змістовним модулем 3: 0-60			Контрольна робота за змістовним модулем 4: 0-60					
Змістовий модуль №5				Змістовий модуль №6			Підсумковий контроль (іспит)	Підсумкова Сума балів
T14	T15	T16	T17	T18				
0 - 20	0 - 20	0 - 10	0 - 10	0 - 20		0 - 100	0 - 100	
Контрольна робота за змістовним модулем 5: 0-60				Контрольна робота за змістовним модулем 6: 0-60				

T1, T2, ..., T18 – теми змістових модулів.

**Шкала оцінювання: національна та ECTS**

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 - 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
82-89	<b>B</b>	добре	
74-81	<b>C</b>		
64-73	<b>D</b>	задовільно	
60-63	<b>E</b>		
35-59	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-34	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

#### Критерії оцінювання навчальних досягнень здобувачів вищої освіти

Оцінка за національною шкалою	100 бальна шкала / Оцінка ECTS	Теоретична підготовка	Практична підготовка
<b>Відмінно</b>	90–100 / A	Здобувач у повному обсязі володіє навчальним матеріалом, вільно, розгорнуто, обґрунтовано та аргументовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей. Здобувач демонструє чітке знання відповідних категорій, їх змісту, розуміння їх взаємозв'язку, правильно формулює тлумачення відповідних понять, демонструє знання змісту передбачених програмою нормативно-правових актів, робить самостійні висновки. Здобувач вміє виявляти причинно-наслідкові зв'язки, самостійно знаходити додаткову інформацію та використовувати її для реалізації поставлених завдань, вільно використовує нові інформаційні технології	Здобувач може аргументовано обрати раціональний спосіб виконання практичних завдань, виконує практичні завдання не передбачені навчальною програмою, вільно використовує набуті теоретичні знання при аналізі практичного матеріалу, проявляє творчий підхід до виконання індивідуальних та колективних завдань при самостійній роботі.

		для поповнення знань.	
<b>Добре</b>	85 – 89 / В	Здобувач достатньо повно володіє навчальним матеріалом, обґрунтовано його викладає під час усних виступів та письмових відповідей, використовуючи при цьому нормативну та обов'язкову літературу, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій, самостійно аналізує, узагальнює і систематизує навчальну інформацію, але допускає неточності, які не є суттєвими для характеристики предмету питання та не впливають істотно на загальну характеристику того чи іншого явища (поняття).	Здобувач має стійкі навички виконання практичних завдань, правильно вирішує більшість практичних завдань.
	75 – 84 / С	Здобувач виявляє загалом високий рівень знань щодо всієї програми навчальної дисципліни, на достатньому рівні володіє навчальним матеріалом, застосовує знання для розв'язання стандартних ситуацій, але не вміє самостійно аналізувати деякі питання, не повністю переконливо аргументувати свої відповіді, допускає незначні неточності.	Здобувач за зразком самостійно виконує практичні завдання, передбачені програмою навчальної дисципліни.
<b>Задовільно</b>	70 – 74 / D	Здобувач володіє навчальним матеріалом на репродуктивному рівні або відтворює певну частину навчального матеріалу з елементами логічних зв'язків. Здобувач знає основні поняття навчального матеріалу, але має ускладнення під час виділення суттєвих ознак вивченого та під час виявлення причинно-наслідкових зв'язків та формулювання висновків.	Здобувач має елементарні навички виконання практичних завдань, правильно вирішує лише половину практичних завдань.
	60 – 69 / Е	Здобувач не повною мірою розуміє предмет навчальної	Здобувач може використовувати знання

		дисципліни, наявні недоліки у розкритті змісту понять, категорій, закономірностей, назв та змісту нормативно-правових актів. Здобувач надає нечіткі характеристики відповідних явищ, викладає свої думки з істотним порушенням логіки подання матеріалу.	лише в стандартних практичних ситуаціях, має нестійкі навички виконання практичних завдань, робить багато суттєвих помилок.
<b>Незадовільно з можливістю повторного складання</b>	35 – 59 / FX	Здобувач не правильно розкриває сутність базових питань навчальної дисципліни, допускає суттєві змістовні помилки, володіє навчальним матеріалом поверхнево й фрагментарно, безсистемне виокремлює випадкові ознаки вивченого, не вміє сформулювати свою думку та викласти її в логічній послідовності, робити узагальнення та висновки.	Здобувач здатний виконати лише окремі практичні завдання за допомогою викладача. У здобувача відсутні сформовані уміння та навички.
<b>Незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</b>	0 – 34 / F	Здобувач не знає основних положень навчальної дисципліни, не володіє навчальним матеріалом.	Здобувач виконує лише елементи практичних завдань, погребує постійної допомоги викладача.

## 12. Методичне забезпечення

- робоча програма навчальної дисципліни;
- опорний конспект лекцій;
- завдання для контрольних робіт;
- роздатковий ілюстративний матеріал;
- завдання для практичних занять.

## 13. Питання для підготовки до підсумкового контролю

1. Числові функції одного дійсного змінного. Область визначення функції. Обмежені числові множини. Числові проміжки. Околиця точки. Граничні точки множини.

2. Способи завдання числової функції одного дійсного змінного: табличний, графічний, неявний, параметричний. Алгебраїчні та трансцендентні функції. Обернена функція для аналітично заданої функції.

3. Елементарні функції та їх класифікація. Обмежені, монотонні, парні та непарні, періодичні функції.

4. Визначення та геометричне тлумачення границі числової послідовності. Основні теореми про послідовності, що мають границю.

5. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх

властивості. Визначення границі числової послідовності, що використовує поняття нескінченно малої послідовності.

6. Арифметичні операції над послідовностями, що мають границю. Невизначені арифметичні вирази.

7. Невизначені степеневі-показникові вирази. Монотонні послідовності. Принцип збіжності послідовності.

8. Визначення та геометричне тлумачення границі числової функції одного дійсного змінного (по Коші та по Гейне). Односторонні та нескінченні границі функції.

9. Основні теореми для функцій, що мають границю (поширення теорії границі, розвиненої для послідовностей).

10. Знаходження границі для невизначених виразів. Класифікація нескінченно малих і нескінченно великих функцій одного дійсного змінного.

11. Безперервність функцій одного дійсного змінного у точці. Одностороння безперервність. Функції безперервні у проміжку.

12. Розриви функції у точці. Класифікація розривів. Арифметичні операції над безперервними функціями.

13. Безперервність складної числової функції одного дійсного змінного. Безперервність елементарних функцій.

14. Основні властивості безперервної функції одного дійсного змінного: стійкість знака безперервної функції; проходження безперервної функції через будь-яке проміжне значення; перша та друга теореми Коші та Вейерштраса.

15. Область визначення числової функції багатьох дійсних змінних: відкриті та замкнуті точкові множини  $n$ -мірного арифметичного простору. Обмежена точкова множина у просторі  $R^n$ .

16. Способи завдання числової функції багатьох дійсних змінних: табличний, графічний ( $n = 2$ ), аналітичний та неявний. Дослідження функції двох дійсних змінних методом перерізу та за допомогою ліній рівня.

17. Границя числової функції кількох дійсних змінних: мовою « $\varepsilon$ - $\delta$ », у геометричних термінах та зведення до випадку послідовності точок з  $R^n$ . Повторні границі.

18. Безперервність (розриви) функції кількох дійсних змінних у точці. Повне та частинне збільшення функції кількох дійсних змінних по одній зі змінних.

19. Основні властивості безперервних функцій кількох змінних: арифметичні операції над безперервними функціями; безперервність складної функції; стійкість знака безперервної функції; проходження безперервної функції через будь-яке проміжне значення.

20. Обмеженість функції, безперервної на замкнутій обмеженій множині (перша теорема Вейерштраса); досягнення функцією, безперервною на замкнутій обмеженій множині, своїх найбільших і найменших значень (друга теорема Вейерштраса).

21. Похідна числової функції одного дійсного змінного. Її фізична та геометрична інтерпретація. Обчислення похідних основних елементарних

функцій.

22. Похідна зворотної функції. Похідна суми (різниці), *твори* та частки двох функцій одного дійсного змінного.

23. Теорема про безперервність числової функції одного дійсного змінного, що має похідну. Односторонні та нескінченні похідні.

24. Похідні від складної, показниково-степеневої, параметрично та неявно заданих числових функцій одного дійсного змінного.

25. Рівняння дотичної та нормалі до кривих другого порядку: еліпсу, гіперболі та параболі.

26. Диференціал числової функції одного дійсного змінного та його геометричний зміст. Основні правила та формули диференціювання.

27. Інваріантність форми диференціала числової функції одного дійсного змінного. Вираз похідної через диференціали. Використання диференціала для наближених обчислень.

28. Похідні та диференціали вищих порядків числової функції одного дійсного змінного. Параметричне диференціювання.

29. Основні теореми диференціального обчислення числової функції одного дійсного змінного. Теореми Ферма, Роля, Лагранжа, Коші.

30. Умови сталості та монотонності функції. Розкриття невизначеностей. Правило Лопіталя.

31. Формула Тейлора для числової функції одного дійсного змінного. Розкладання за формулою Тейлора (Маклорена) елементарних функцій.

32. Використання формули Тейлора для наближених обчислень.

33. Застосування теорем диференціального обчислення до вивчення числової функції одного дійсного змінного. Випуклість та увігнутість кривої. Точки перегину.

34. Дослідження числової функції одного дійсного змінного за допомогою похідної. Максимуми та мінімуми; необхідні та достатні умови.

35. Найбільше та найменше значення функції на відрізку. Асимптоти.

36. Схема дослідження числової функції одного дійсного змінного та побудови графіків.

37. Частинні похідні функції багатьох змінних. Геометрична інтерпретація для випадку функції двох змінних.

38. Диференційовані функції багатьох змінних та їх властивості. Повний диференціал. Застосування повного диференціала у наближених обчисленнях.

39. Достатні умови диференційованості функції багатьох змінних. Геометричне значення повного диференціалу.

40. Диференціювання складних функцій багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціалу.

41. Похідна за заданим напрямом.

42. Скалярне поле. Градієнт.

43. Частинні похідні найвищих порядків. Теорема про незалежність результату від порядку диференціювання.

44. Повні диференціали вищих порядків функції багатьох змінних.

45. Теореми про існування та диференціювання числової неявної функції.
46. Екстремум (локальний) функції кількох змінних. Необхідні умови існування екстремуму. Найбільше та найменше значення функції.
47. Достатні умови локального екстремуму функції двох змінних. Алгоритм дослідження функції локального екстремуму.
48. Умовний (відносний) екстремум. Необхідні умови існування умовного екстремуму. Метод невизначених множників Лагранжа.
49. Достатні умови для відносного екстремуму. Схема дослідження функції щодо відносного екстремуму.
50. Застосування математичного аналізу для дослідження просторових кривих.
51. Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла. Основні характеристики невизначеного інтеграла.
52. Основні правила інтегрування. Таблиця основних формул інтегрування.
53. Інтегрування шляхом заміни змінної та інтегрування частинами.
54. Інтегрування раціональних виразів. Метод Остроградського.
55. Інтегрування ірраціональних виразів. Підстановки Ейлера.
56. Інтегрування виразів, що містять тригонометричні та показові функції.
57. Інтегрування диференціального бінома. Теорема Чебишева. Інтеграція трансцендентних функцій.
58. Поняття інтегральних сум та означеного інтегралу. Необхідна та достатня умова інтегрованості.
59. Деякі класи функцій, що інтегруються. Основні властивості означеного інтегралу.
60. Обчислення означеного інтегралу. Означений інтеграл як функція верхньої межі. Формула Ньютона – Лейбніца.
61. Заміна змінної під знаком означеного інтегралу. Формула наведення.
62. Геометричні застосування означеного інтегралу: визначення довжини дуги, площі плоскої фігури.
63. Фізичні застосування означеного інтегралу: визначення обсягу тіл, центру тяжкості плоскої фігури.
64. Поняття числового нескінченного ряду. Збіжні та розбіжні ряди. Необхідна ознака збіжності числового ряду.
65. Загальні властивості числових рядів.
66. Числові ряди із позитивними членами. Необхідна і достатня умова збіжності з позитивними членами.
67. Достатні ознаки збіжності та розбіжності числових рядів із позитивними членами. Ознака, заснована на порівнянні двох рядів.
68. Ознаки порівняння рядів Коші та Даламбера. Інтегральна ознака Коші-Маклорена.
69. Збіжність числових рядів із довільними членами. Поняття



абсолютно і умовно ряду, що сходять.

70. Знакозмінні числові ряди. Ознака Лейбниця. Властивості схожих числових рядів із довільними членами.

71. Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Рівномірна та нерівномірна збіжності.

72. Умови та ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів. Теорема Вейерштраса.

73. Теорема про безперервність суми функціонального ряду. Диференціювання та інтегрування функціонального ряду.

74. Степеневий ряд та його властивості. Теорема Абеля.

75. Інтервал збіжності степеневого ряду. Рівномірна збіжність степеневого ряду.

76. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів.

78. Ряди Тейлора та Маклорена. Концепція аналітичної функції.

79. Розкладання до ряду Тейлора та Маклорена показової та логарифмічної функцій.

80. Розкладання до ряду Тейлора і Маклорена тригонометричних функцій.

81. Біноміальний ряд.

82. Наближені обчислення з допомогою рядів.

83. Невласні інтеграли з нескінченними межами. Умова існування (збіжності) невластного інтеграла. Ознаки збіжності невластних інтегралів.

84. Заміна змінних під знаком невластного інтеграла та формула інтегрування частинами.

85. Невласні інтеграли від необмежених функцій. Застосування формули Ньютона-Лейбніца.

86. Умови та ознаки існування невластного інтеграла від необмежених функцій. Основні значення невластних інтегралів.

#### **14. Рекомендована література**

##### **Основна:**

1. [С. А. Щоголев, А. О. Кореновський. Основи вищої математики: навчальний посібник у 2 т.: ОНУ імені І.І. Мечникова, ІМЕМ. – Одеса, 2018. – Т. 1, ч. 1, 2018. – 268 с.](#)

2. [С. А. Щоголев, А. О. Кореновський. Основи вищої математики: навчальний посібник у 2 т.: ОНУ імені І.І. Мечникова, ІМЕМ. – Одеса, 2018. – Т. 1, ч. 2, 2018. – 237 с.](#)

3. [Чертов О. Р., Сірик С. В. Математичний аналіз. Практикум \[Текст\] : навчальний посібник \(Частина 1\): Київ: КПІ ім. Ігоря Сікорського : Політехніка. 2017. – 137 с.](#)

4. Н. М. Сорич, В. А. Сорич. Практикум з математичного аналізу [Текст] : навчальний посібник: Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Поділ. нац. ун-т ім. Івана Огієнка, 2018. – 66 с.

5. [Шанін Р. В. Невизначений інтеграл та методи його обчислення: методичні вказівки: Одеса: Одеський національний університет імені І. І. Мечникова, 2022. – 46 с.](#)

6. A.V. Tyurin, A.Yu. Akhmerov. Fundamental Higher Mathematics Linear Algebra and Analytical Geometry: Textbook. Dusseldorf: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co.KG., 2019. – 255 p.

#### **Додаткова:**

7. Тюрин А. В., Мирак'ян М. Г. Жуков С. А. Основи вищої математики: навчальний посібник. Частина 2. Математичний аналіз: Одеса. ОНУ, 2014. – 536 с.

8. Курченко О. О. Диференціальне числення функції однієї змінної: підручник: Київ, 2014. – 238 с.

9. Курченко О. О. Інтегральне числення функцій однієї змінної: навчальний посібник: Київ, 2016. – 140 с.

10. Потапова О. М. Математичний аналіз: розв'язування прикладних задач засобами ІКТ: навчальний посібник: Кривий Ріг: Видавничий відділ ДВНЗ «Криворізький національний університет», 2014. – Том XII. – Випуск 2 (33) : спецвипуск «Навчальний посібник у журналі». – 54 с.

11. Тюрин О. В. Основи вищої математики: навчальний посібник. Частина 1. Лінійна алгебра та аналітична геометрія: Одеса: Астропринт, 2005. – 215 с.

12. Тесленко Л. С., Чадаев О. М., Менько Я. П. Математичний аналіз: навчальний посібник. Частина 1. Вступ до математичного аналізу: Миколаїв: Іліон, 2013. – 123 с.

13. Тесленко Л. С., Чадаев О. М., Менько Я. П. Математичний аналіз: навчальний посібник. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення: Миколаїв: Іліон, 2013. – 194 с.

14. Тесленко Л. С., Чадаев О. М., Менько Я. П. Математичний аналіз: навчальний посібник. Частина 3. Числові і функціональні ряди: Миколаїв: Іліон, 2015. 122 с.

15. [Щоголев С. А. Інтегральне числення функцій багатьох змінних : навч.-метод. посіб. \[з дисципліни «Математичний аналіз»\]: Одеса: «Одеський національний університет імені І. І. Мечникова», 2015 . – 111 с.](#)

16. Щоголев С. А., Грибняк С. Т. Вступ до аналізу: навчально-методичний посібник: Одеса: «Одеський національний університет імені І. І. Мечникова», 2014 . – 114 с.

17. Щоголев С. А., Грибняк С. Т. Диференціальне числення функцій багатьох змінних: навчально-методичний посібник: Одеса: «Одеський національний університет імені І. І. Мечникова», 2014 . – 72 с.

#### **15. Інформаційні ресурси**

1. [https://balka-book.com/ua/matematicheskiy\\_analiz-1763/kurs\\_matematicheskogo\\_analiza\\_uchebnik\\_dlya\\_vuzov\\_komplekt\\_iz\\_3\\_knig-64380](https://balka-book.com/ua/matematicheskiy_analiz-1763/kurs_matematicheskogo_analiza_uchebnik_dlya_vuzov_komplekt_iz_3_knig-64380)

2. [http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Dorogovtsev\\_P1\\_1993\\_320.pdf](http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Dorogovtsev_P1_1993_320.pdf)

3. [http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Dorogovtsev\\_P2\\_1994\\_304.pdf](http://pdf.lib.vntu.edu.ua/books/2015/Dorogovtsev_P2_1994_304.pdf)
4. <http://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/4623>
5. [https://library.vspu.edu.ua/inform/vidanna\\_bibliot/2014/pokazchyk\\_pr\\_v\\_6\\_4.pdf](https://library.vspu.edu.ua/inform/vidanna_bibliot/2014/pokazchyk_pr_v_6_4.pdf)
6. <http://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2018/03/all.pdf>
7. <http://web.kpi.kharkov.ua/apm/navchal-na-diyal-nist/navchal-no-metodichni-posibniki/>
8. [http://math.mdu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/02/rp\\_matematichnij-analiz-1.pdf](http://math.mdu.edu.ua/wp-content/uploads/2021/02/rp_matematichnij-analiz-1.pdf)
9. [http://www.ukrbook.net/litopys/Knigki/2018/Lk\\_03\\_2018.pdf](http://www.ukrbook.net/litopys/Knigki/2018/Lk_03_2018.pdf)

## Додаток 1

*Розподіл балів, які отримують здобувачі вищої освіти за результатами поточного, періодичного та підсумкового контролю*

Теми занять	Кількість балів за вид роботи	Разом балів
<b>Змістовий модуль 1. Числові функції однієї дійсної змінної</b>		
<b>Тема 1.</b> Область визначення функції: обмежені числові множини; числові проміжки; окіл точки; граничні точки числової множини. Способи завдання функції: табличний; графічний; аналітичний; неявний; параметричний. Обернена функція для аналітично заданої функції. Основні елементарні функції. Елементарні функції. Обмежені функції. Монотонні функції. Парні та непарні функції. Періодичні функції.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 2.</b> Задані числові послідовності. Означення та геометричне зображення границі числової послідовності. Основні теореми про числові послідовності, що мають границю. Нескінченно малі та нескінченно великі послідовності та їх властивості. Арифметичні операції над послідовностями, що мають границю. Невизначені арифметичні та степеневі показникові вирази. Принцип збіжності послідовності.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 3.</b> Означення і геометричного зображення границі функції в точці. Однобічні та нескінченні границі функції в точці. Основні теореми для функцій, що мають границю. Приклади на знаходження границь для деяких невизначених виразів. Класифікація нескінченно малих та нескінченно великих функцій однієї дійсної змінної.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10

<b>Тема 4.</b> Визначення неперервності функції у точці. Однобічна неперервність функції у точці. Функції, неперервні у проміжку. Розриви функції. Класифікація розривів. Арифметичні операції над неперервними функціями. Неперервність складної функції. Неперервність елементарних функцій. Загальні властивості неперервних функцій	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
Контрольна робота за ЗМ 1	0 - 60	0 - 60
Разом за ЗМ 1	0 - 100	0 - 100
<b>Змістовий модуль 2. Числові функції багатьох дійсних змінних</b>		
<b>Тема 5.</b> Область визначення функції. Способи завдання функції. Границя функції декількох змінних у точці: мовою « $\epsilon$ - $\delta$ »; в геометричних термінах і зведення до випадку межі послідовності точок із $R^n$ . Повторні границі.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 20
	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	
<b>Тема 6.</b> Визначення неперервності (розриву) функції декількох змінних у точці. Основні властивості неперервних функцій декількох змінних: арифметичні дії над неперервними функціями; неперервність складної функції; перша та друга теореми Вейерштрасса.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 20
	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	
Контрольна робота за ЗМ 2	0 - 60	0 - 60
Разом за ЗМ 2	0 - 100	0 - 100
<b>Змістовий модуль 3. Диференційне числення числових функцій однієї дійсної змінної</b>		
<b>Тема 7.</b> Визначення похідної. Її фізична та геометрична інтерпретація. Обчислення похідних для основних елементарних функцій. Похідна оберненої функції. Найпростіші правила обчислення похідних. Теорема про неперервність функції, що має похідну. Похідна складної функції, показниково-степеневі функції, неявно заданої функції, функції що задана параметрично. Однобічні та нескінченні похідні. Таблиця основних формул для похідних.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 8.</b> Визначення диференціала та його геометричне зображення. Основні формули та правила диференціювання. Інваріантність форми диференціалу. Використання диференціала для наближених обчислень. Означення та обчислення похідних та диференціалів вищих порядків. Параметричне диференціювання.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10

<b>Тема 9.</b> Основні теореми диференціального обчислення та застосування їх для дослідження функцій та побудови графіків. Правило Лопітала. Формула Тейлора. Розкладання та наближені обчислення елементарних функцій за формулою Тейлора.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 20
	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	
Контрольна робота за ЗМ 3	0 - 60	0 - 60
Разом за ЗМ 3	0 - 100	0 - 100
<b>Змістовий модуль 4. Диференційне числення числових функцій багатьох дійсних змінних</b>		
<b>Тема 10.</b> Означення та позначення частинних похідних. Геометричне зображення частинних похідних функції двох змінних. Диференційовані функції багатьох змінних та їх властивості. Повний диференціал функції багатьох змінних. Використання повного диференціала для наближених обчислень. Достатні умови диференційованості функції багатьох змінних. Геометричне значення повного диференціалу.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 11.</b> Диференціювання складних функцій багатьох змінних. Інваріантність форми першого диференціалу. Похідна за заданим напрямком. Градієнт.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 12.</b> Частинні похідні найвищих порядків. Теорема про незалежність результату від порядку диференціювання. Повні диференціали вищих порядків для функції багатьох змінних.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 13.</b> Достатні умови локального екстремуму функції двох змінних. Необхідні умови існування умовного екстремуму. Метод невизначених множників Лагранжа. Достатні для умовного екстремуму умови. Приклад дослідження просторових кривих.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
Контрольна робота за ЗМ 4	0 - 60	0 - 60
Разом за ЗМ 4	0 - 100	0 - 100
<b>Змістовий модуль 5. Неозначений та означений інтеграли</b>		
<b>Тема 14.</b> Поняття первісної функції та неозначеного інтеграла. Основні властивості неозначеного інтеграла. Методи інтегрування функцій.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 20
	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	

<b>Тема 15.</b> Означення та геометричне зображення означеного інтегралу. Властивості означеного інтегралу. Обчислення означеного інтегралу. Формула Ньютона-Лейбніца. Деякі застосування означеного інтегралу. Невласні інтеграли першого та другого роду.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 20
	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	
Контрольна робота за ЗМ 5	0 - 60	0 - 60
Разом за ЗМ 5	0 - 100	0 - 100
<b>Змістовий модуль 6. Числові та функціональні ряди</b>		
<b>Тема 16.</b> Збіжні та розбіжні числові ряди, та їх загальні властивості. Необхідна ознака збіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності та розбіжності числових рядів із позитивними членами. Збіжність числових рядів із довільними членами. Поняття абсолютно і умовно збіжного числового ряду. Знакозмінні числові ряди. Ознака Лейбніца. Властивості збіжних числових рядів із довільними членами.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 17.</b> Поняття функціональної послідовності та функціонального ряду. Умови та ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів. Теорема Вейерштраса. Диференціювання та інтегрування функціонального ряду.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 10
<b>Тема 18.</b> Степеневий ряд та його властивості. Інтервал та радіус збіжності степеневому ряду. Рівномірна збіжність степеневому ряду. Диференціювання та інтегрування степеневих рядів. Ряди Тейлора та Маклорена. Розкладання в ряд Тейлора та Маклорена елементарних функцій. Біноміальний ряд.	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	0 - 20
	0 – 4 (опитування) 0 – 6 (розв’язання практичних задач, ситуаційних вправ та проблемних ситуацій)	
Контрольна робота за ЗМ 6	0 - 60	0 - 60
Разом за ЗМ 6	0 - 100	0 - 100
Усний іспит (відповідь на 3 питання і задачу, які входять до екзаменаційного білету)	Відповідь на кожне питання та розв'язання задачі оцінюється від 0 до 25 балів.	0 - 100
<b>Підсумкова сума балів</b>		<b>0 - 100</b>